

STATISTIEK & EXCEL

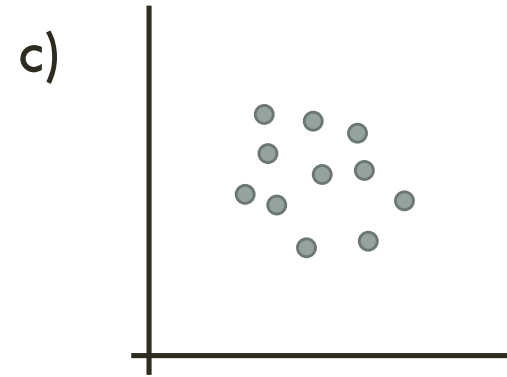
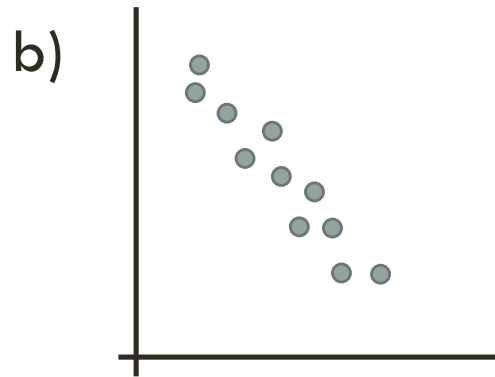
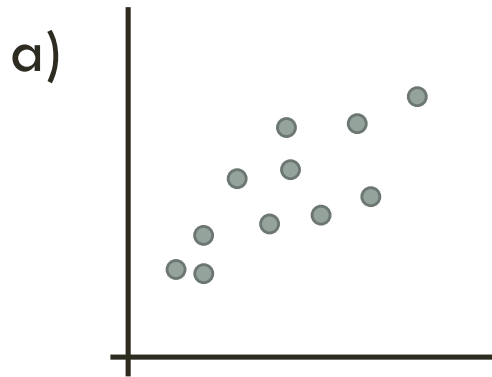
LES 4: KANSVERDELING & OUTLIERS

Bas van Gestel
bas.vangestel@hu.nl

HERHALING LES 3



We vinden een verband met een correlatiecoëfficiënt van $+0,65$. Welke grafiek hoort bij dit verband?

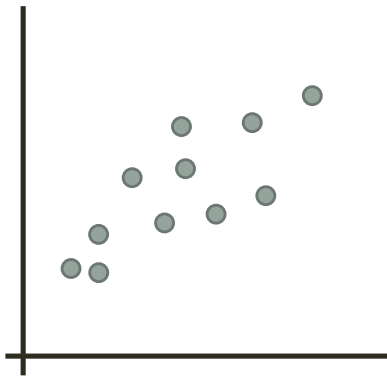


HERHALING LES 3

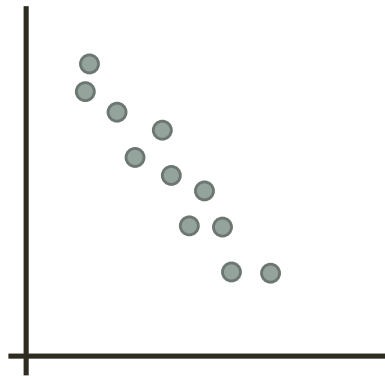


We vinden een verband met een correlatiecoëfficiënt van $+0,65$. Welke grafiek hoort bij dit verband?

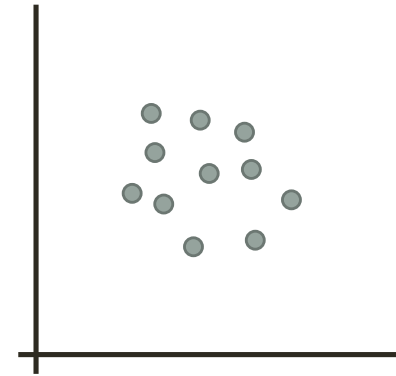
a)



b)



c)

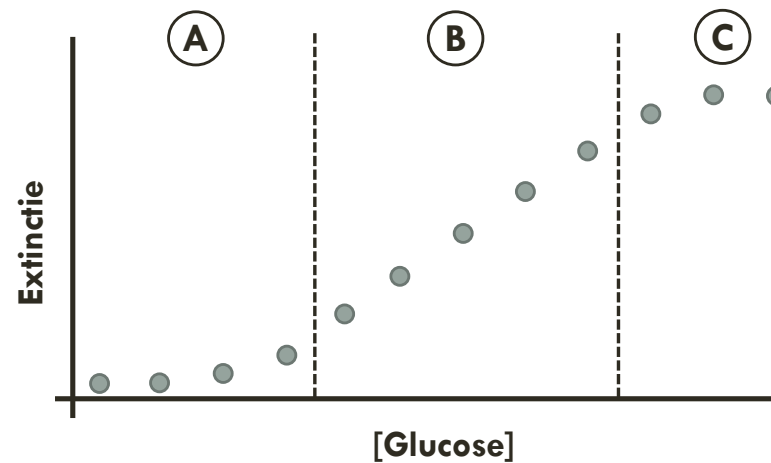


HERHALING LES 3

We meten de extinctie voor verschillende bekende glucoseconcentraties. We krijgen de onderstaande grafiek.

Waar zien we mogelijk verzadiging?

- a) De punten in A
- b) De punten in A en C
- c) De punten in C

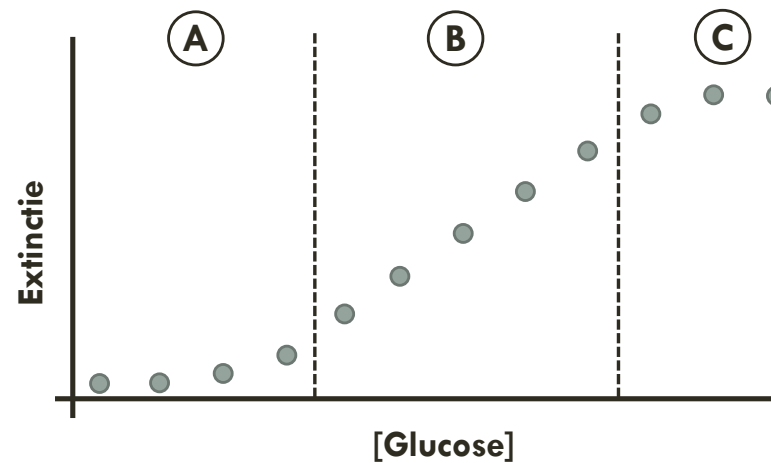


HERHALING LES 3

We meten de extinctie voor verschillende bekende glucoseconcentraties. We krijgen de onderstaande grafiek.

Waar zien we mogelijk verzadiging?

- a) De punten in A
- b) De punten in A en C
- c) **De punten in C**

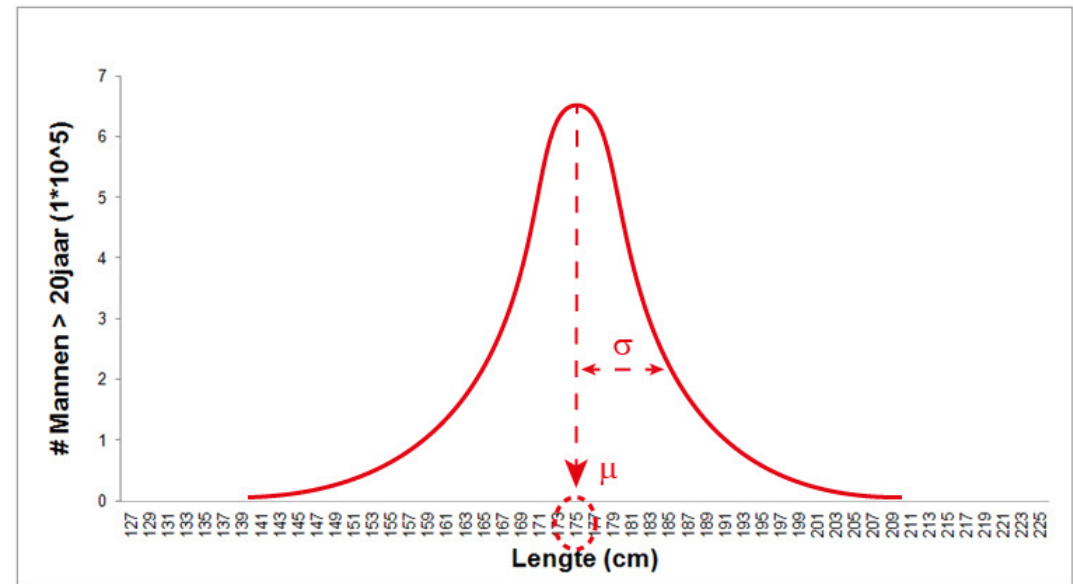


INHOUD LES 4

- Wat is de z-verdeling?
- Rekenen aan de z-verdeling
- Dixon/Q-test voor uitschieters

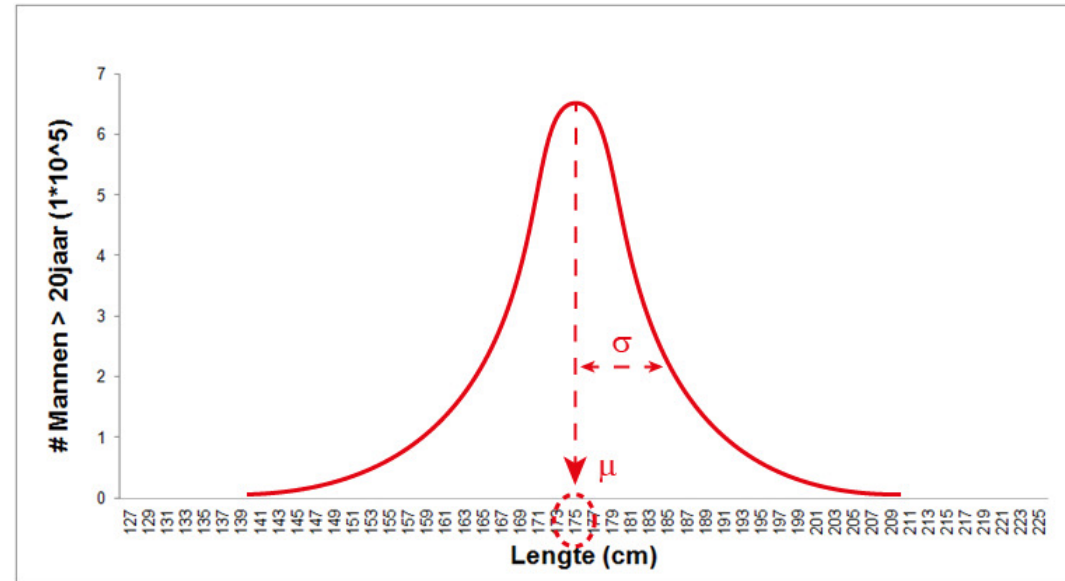
WAT IS DE Z-VERDELING?

- Een normaalverdeling wordt bepaald door het **populatiegemiddelde (μ)** en de **populatiestandaarddeviatie (σ)**.
- Er zijn dus veel verschillende normaalverdelingen mogelijk!



WAT IS DE Z-VERDELING?

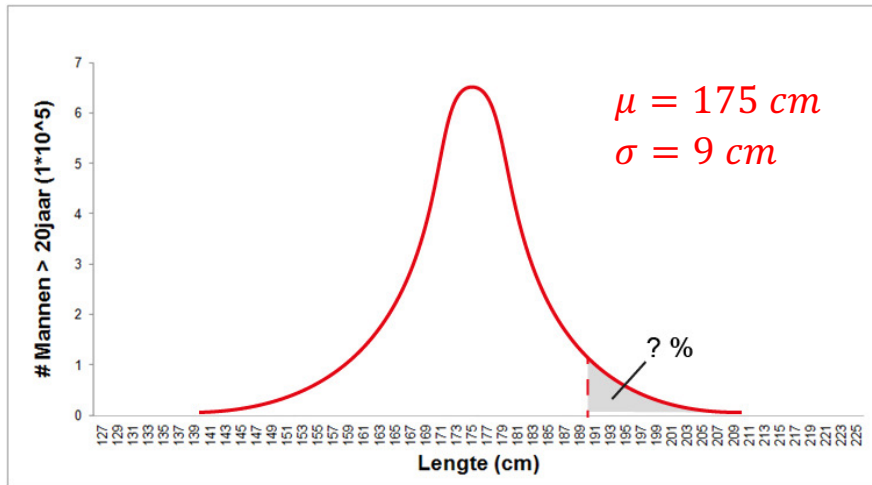
- Om eenvoudig te kunnen rekenen aan de normaalverdeling, kunnen we elke normaalverdeling omzetten naar de **standaardnormaalverdeling** of **z-verdeling**.
- Voor de z-verdeling geldt $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
- De z-verdeling kan worden gebruikt om te rekenen aan de normaalverdeling.



standaard normaalverdeling: Z-verdeling



VOORBEELD Z-VERDELING: HOEVEEL MANNEN ZIJN GROTER DAN 190 CM?



$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{190 - 175}{9} = 1,67$$

$$P(x > 190) = 0,047 \rightarrow 4,7\%$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0.0	0,500000	0,496011	0,492022	0,488034	0,484047	0,480061	0,476078	0,472097	0,468119	0,464144
0.1	0,460172	0,456205	0,452242	0,448283	0,444330	0,440382	0,436441	0,432505	0,428576	0,424655
0.2	0,420740	0,416834	0,412936	0,409046	0,405165	0,401294	0,397432	0,393580	0,389739	0,385908
0.3	0,382089	0,378281	0,374484	0,370700	0,366928	0,363169	0,359424	0,355691	0,351973	0,348268
0.4	0,344578	0,340903	0,337243	0,333598	0,329969	0,326355	0,322758	0,319178	0,315614	0,312067
0.5	0,308538	0,305026	0,301532	0,298056	0,294599	0,291160	0,287740	0,284339	0,280957	0,277595
0.6	0,274253	0,270931	0,267629	0,264347	0,261086	0,257846	0,254627	0,251429	0,248252	0,245097
0.7	0,241964	0,238852	0,235763	0,232695	0,229650	0,226627	0,223627	0,220650	0,217695	0,214764
0.8	0,211855	0,208970	0,206108	0,203269	0,200454	0,197663	0,194895	0,192150	0,189430	0,186733
0.9	0,184060	0,181411	0,178786	0,176186	0,173609	0,171056	0,168528	0,166023	0,163543	0,161087
1.0	0,158655	0,156248	0,153864	0,151505	0,149170	0,146859	0,144572	0,142310	0,140071	0,137857
1.1	0,135666	0,133500	0,131357	0,129238	0,127143	0,125072	0,123024	0,121001	0,119000	0,117023
1.2	0,115070	0,113139	0,111232	0,109349	0,107488	0,105650	0,103835	0,102042	0,100273	0,098525
1.3	0,096801	0,095098	0,093418	0,091759	0,090123	0,088508	0,086915	0,085344	0,083793	0,082264
1.4	0,080757	0,079270	0,077804	0,076359	0,074934	0,073529	0,072145	0,070781	0,069437	0,068112
1.5	0,066807	0,065522	0,064256	0,063008	0,061780	0,060571	0,059380	0,058208	0,057053	0,055917
1.6	0,054799	0,053699	0,052616	0,051551	0,050503	0,049472	0,048457	0,047460	0,046479	0,045514
1.7	0,044566	0,043633	0,042716	0,041815	0,040930	0,040059	0,039204	0,038364	0,037538	0,036727
1.8	0,035930	0,035148	0,034380	0,033625	0,032884	0,032157	0,031443	0,030742	0,030054	0,029379
1.9	0,028717	0,028067	0,027429	0,026803	0,026190	0,025588	0,024998	0,024419	0,023852	0,023296
2.0	0,022750	0,022216	0,021692	0,021178	0,020675	0,020182	0,019699	0,019226	0,018763	0,018309
2.1	0,017864	0,017429	0,017003	0,016586	0,016177	0,015778	0,015386	0,015003	0,014629	0,014262
2.2	0,013903	0,013553	0,013209	0,012874	0,012546	0,012225	0,011911	0,011604	0,011304	0,011011
2.3	0,010724	0,010444	0,010170	0,009903	0,009642	0,009387	0,009138	0,008894	0,008656	0,008424
2.4	0,008198	0,007976	0,007760	0,007549	0,007344	0,007143	0,006947	0,006756	0,006569	0,006387
2.5	0,006210	0,006037	0,005868	0,005703	0,005543	0,005386	0,005234	0,005085	0,004940	0,004799
2.6	0,004661	0,004527	0,004397	0,004269	0,004145	0,004025	0,003907	0,003793	0,003681	0,003573
2.7	0,003467	0,003364	0,003264	0,003167	0,003072	0,002980	0,002890	0,002803	0,002718	0,002635
2.8	0,002555	0,002477	0,002401	0,002327	0,002256	0,002186	0,002118	0,002052	0,001988	0,001926
2.9	0,001866	0,001807	0,001750	0,001695	0,001641	0,001589	0,001538	0,001489	0,001441	0,001395
3.0	0,001350	0,001306	0,001264	0,001223	0,001183	0,001144	0,001107	0,001070	0,001035	0,001001
3.1	0,000968	0,000935	0,000904	0,000874	0,000845	0,000816	0,000789	0,000762	0,000736	0,000711
3.2	0,000687	0,000664	0,000641	0,000619	0,000598	0,000577	0,000557	0,000538	0,000519	0,000501
3.3	0,000483	0,000467	0,000450	0,000434	0,000419	0,000404	0,000390	0,000376	0,000362	0,000350
3.4	0,000337	0,000325	0,000313	0,000302	0,000291	0,000280	0,000270	0,000260	0,000251	0,000242
3.5	0,000233	0,000224	0,000216	0,000208	0,000200	0,000193	0,000185	0,000179	0,000172	0,000165
3.6	0,000159	0,000153	0,000147	0,000142	0,000136	0,000131	0,000126	0,000121	0,000117	0,000112
3.7	0,000108	0,000104	0,000100	0,000096	0,000092	0,000088	0,000085	0,000082	0,000078	0,000075
3.8	0,000072	0,000070	0,000067	0,000064	0,000062	0,000059	0,000057	0,000054	0,000052	0,000050
3.9	0,000048	0,000046	0,000044	0,000043	0,000041	0,000039	0,000038	0,000036	0,000035	0,000033

VRAAG 1

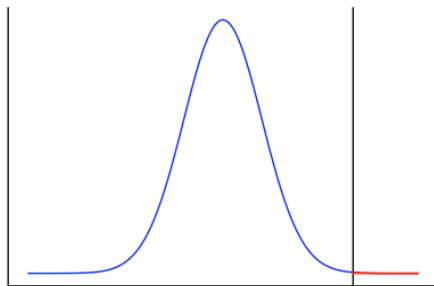
Een bak kersen in de supermarkt is afgevuld op 500 gram met een standaarddeviatie van 12 gram. Er is sprake van een normale verdeling. Wat is de kans dat je een bak kersen treft van meer dan 540 gram?

- a) 8%
- b) 0,4%
- c) 0,08%
- d) 0,04%



$$Z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{540 - 500}{12} = 3,33$$

$$P(\text{bak} > 540) = 0,000434$$



z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500000	0,496011	0,492022	0,488034	0,484047	0,480061	0,476078	0,472097	0,468119	0,464144
0,1	0,460172	0,456205	0,452242	0,448283	0,444330	0,440382	0,436441	0,432505	0,428576	0,424655
0,2	0,420740	0,416834	0,412936	0,409046	0,405165	0,401294	0,397432	0,393580	0,389739	0,385908
0,3	0,382089	0,378281	0,374484	0,370700	0,366928	0,363169	0,359424	0,355691	0,351973	0,348268
0,4	0,344578	0,340903	0,337243	0,333598	0,329969	0,326355	0,322758	0,319178	0,315614	0,312067
0,5	0,308538	0,305026	0,301532	0,298056	0,294599	0,291160	0,287740	0,284339	0,280957	0,277595
0,6	0,274253	0,270931	0,267629	0,264347	0,261086	0,257846	0,254627	0,251429	0,248252	0,245097
0,7	0,241964	0,238852	0,235763	0,232695	0,229650	0,226627	0,223627	0,220650	0,217695	0,214764
0,8	0,211855	0,208970	0,206108	0,203269	0,200454	0,197663	0,194895	0,192150	0,189430	0,186733
0,9	0,184060	0,181411	0,178786	0,176186	0,173609	0,171056	0,168528	0,166023	0,163543	0,161087
1,0	0,158655	0,156248	0,153864	0,151505	0,149170	0,146859	0,144572	0,142310	0,140071	0,137857
1,1	0,135666	0,133500	0,131357	0,129238	0,127143	0,125072	0,123024	0,121001	0,119000	0,117023
1,2	0,115070	0,113139	0,111232	0,109349	0,107488	0,105650	0,103835	0,102042	0,100273	0,098525
1,3	0,096801	0,095098	0,093418	0,091759	0,090123	0,088508	0,086915	0,085344	0,083793	0,082264
1,4	0,080757	0,079270	0,077804	0,076359	0,074934	0,073529	0,072145	0,070781	0,069437	0,068112
1,5	0,066807	0,065522	0,064256	0,063008	0,061780	0,060571	0,059380	0,058208	0,057053	0,055917
1,6	0,054799	0,053699	0,052616	0,051551	0,050503	0,049472	0,048457	0,047460	0,046479	0,045514
1,7	0,044566	0,043633	0,042716	0,041815	0,040930	0,040059	0,039204	0,038364	0,037538	0,036727
1,8	0,035930	0,035148	0,034380	0,033625	0,032884	0,032157	0,031443	0,030742	0,030054	0,029379
1,9	0,028717	0,028067	0,027429	0,026803	0,026190	0,025588	0,024998	0,024419	0,023852	0,023296
2,0	0,022750	0,022216	0,021692	0,021178	0,020675	0,020182	0,019699	0,019226	0,018763	0,018309
2,1	0,017864	0,017429	0,017003	0,016586	0,016177	0,015778	0,015386	0,015003	0,014629	0,014262
2,2	0,013903	0,013553	0,013209	0,012874	0,012546	0,012225	0,011911	0,011604	0,011304	0,011011
2,3	0,010724	0,010444	0,010170	0,009903	0,009642	0,009387	0,009138	0,008894	0,008656	0,008424
2,4	0,008198	0,007976	0,007760	0,007549	0,007344	0,007143	0,006947	0,006756	0,006569	0,006387
2,5	0,006210	0,006037	0,005868	0,005703	0,005543	0,005386	0,005234	0,005085	0,004940	0,004799
2,6	0,004661	0,004527	0,004397	0,004269	0,004145	0,004025	0,003907	0,003793	0,003681	0,003573
2,7	0,003467	0,003364	0,003264	0,003167	0,003072	0,002980	0,002890	0,002803	0,002718	0,002635
2,8	0,002555	0,002477	0,002401	0,002327	0,002256	0,002186	0,002118	0,002052	0,001988	0,001926
2,9	0,001866	0,001807	0,001750	0,001695	0,001641	0,001589	0,001538	0,001489	0,001441	0,001395
3,0	0,001350	0,001306	0,001264	0,001223	0,001183	0,001144	0,001107	0,001070	0,001035	0,001001
3,1	0,000968	0,000935	0,000904	0,000874	0,000845	0,000816	0,000789	0,000762	0,000736	0,000711
3,2	0,000687	0,000664	0,000641	0,000619	0,000598	0,000577	0,000557	0,000538	0,000519	0,000501
3,3	0,000483	0,000467	0,000450	0,000434	0,000419	0,000404	0,000390	0,000376	0,000362	0,000350
3,4	0,000337	0,000325	0,000313	0,000302	0,000291	0,000280	0,000270	0,000260	0,000251	0,000242
3,5	0,000233	0,000224	0,000216	0,000208	0,000200	0,000193	0,000185	0,000179	0,000172	0,000165
3,6	0,000159	0,000153	0,000147	0,000142	0,000136	0,000131	0,000126	0,000121	0,000117	0,000112
3,7	0,000108	0,000104	0,000100	0,000096	0,000092	0,000088	0,000085	0,000082	0,000078	0,000075
3,8	0,000072	0,000070	0,000067	0,000064	0,000062	0,000059	0,000057	0,000054	0,000052	0,000050
3,9	0,000048	0,000046	0,000044	0,000043	0,000041	0,000039	0,000038	0,000036	0,000035	0,000033



VRAAG 1



Een bak kersen in de supermarkt is afgevuld op 500 gram met een standaarddeviatie van 12 gram. Er is sprake van een normale verdeling. Wat is de kans dat je een bak kersen treft van meer dan 540 gram?

- a) 8%
- b) 0,4%
- c) 0,08%
- d) 0,04%**

1. Bereken z (in Excel!!!)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{540 - 500}{12} = 3,33$$

2. $z=3,33$ opzoeken in tabel

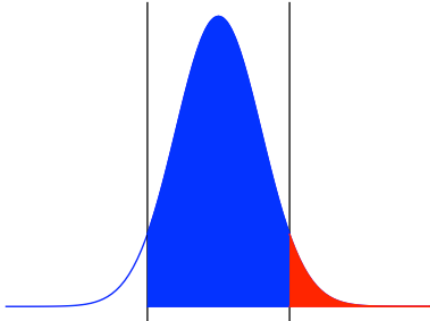
$$P(x > 540) = 0,00434 \rightarrow 0,04\%$$

VRAAG 2

Een bak kersen in de supermarkt is afgevuld op 500 gram met een standaarddeviatie van 12 gram. Er is sprake van een normale verdeling. Wat is de kans dat de bak met kersen een gewicht heeft tussen de 480 en 520 gram?

- a) 9%
- b) 86%
- c) 91%





1. +/- 20 gram van gemiddelde
2. Bereken z voor 520 gr (in Excel!!!)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{520 - 500}{12} = 1,67$$

3. z=1,67 opzoeken in tabel

$P(x > 520) = 0,047460 \rightarrow 4,7\%$
 dus ook $P(x < 480) = 4,7\%$

4. $P(480 > x < 520) = 100\% - 4,7\% - 4,7\% = 90,6\%$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500000	0,496011	0,492022	0,488034	0,484047	0,480061	0,476078	0,472097	0,468119	0,464144
0,1	0,460172	0,456205	0,452242	0,448283	0,444330	0,440382	0,436441	0,432505	0,428576	0,424655
0,2	0,420740	0,416834	0,412936	0,409046	0,405165	0,401294	0,397432	0,393580	0,389739	0,385908
0,3	0,382089	0,378281	0,374484	0,370700	0,366928	0,363169	0,359424	0,355691	0,351973	0,348268
0,4	0,344578	0,340903	0,337243	0,333598	0,329969	0,326355	0,322758	0,319178	0,315614	0,312067
0,5	0,308538	0,305026	0,301532	0,298056	0,294599	0,291160	0,287740	0,284339	0,280957	0,277595
0,6	0,274253	0,270931	0,267629	0,264347	0,261086	0,257846	0,254627	0,251429	0,248252	0,245097
0,7	0,241964	0,238852	0,235763	0,232695	0,229650	0,226627	0,223627	0,220650	0,217695	0,214764
0,8	0,211855	0,208970	0,206108	0,203269	0,200454	0,197663	0,194895	0,192150	0,189430	0,186733
0,9	0,184060	0,181411	0,178786	0,176186	0,173609	0,171056	0,168528	0,166023	0,163543	0,161087
1,0	0,158655	0,156248	0,153864	0,151505	0,149170	0,146859	0,144572	0,142310	0,140071	0,137857
1,1	0,135666	0,133500	0,131357	0,129238	0,127143	0,125072	0,123024	0,121001	0,119000	0,117023
1,2	0,115070	0,113139	0,111232	0,109349	0,107488	0,105650	0,103835	0,102042	0,100273	0,098525
1,3	0,096801	0,095098	0,093418	0,091759	0,090123	0,088508	0,086915	0,085344	0,083793	0,082264
1,4	0,080757	0,079270	0,077804	0,076359	0,074934	0,073529	0,072145	0,070781	0,069437	0,068112
1,5	0,066807	0,065522	0,064256	0,063008	0,061780	0,060571	0,059380	0,058208	0,057053	0,055917
1,6	0,054799	0,053699	0,052616	0,051551	0,050503	0,049472	0,048457	0,047460	0,046479	0,045514
1,7	0,044566	0,043633	0,042716	0,041815	0,040930	0,040059	0,039204	0,038364	0,037538	0,036727
1,8	0,035930	0,035148	0,034380	0,033625	0,032884	0,032157	0,031443	0,030742	0,030054	0,029379
1,9	0,028717	0,028067	0,027429	0,026803	0,026190	0,025588	0,024998	0,024419	0,023852	0,023296
2,0	0,022750	0,022216	0,021692	0,021178	0,020675	0,020182	0,019699	0,019226	0,018763	0,018309
2,1	0,017864	0,017429	0,017003	0,016586	0,016177	0,015778	0,015386	0,015003	0,014629	0,014262
2,2	0,013903	0,013553	0,013209	0,012874	0,012546	0,012225	0,011911	0,011604	0,011304	0,011011
2,3	0,010724	0,010444	0,010170	0,009903	0,009642	0,009387	0,009138	0,008894	0,008656	0,008424
2,4	0,008198	0,007976	0,007760	0,007549	0,007344	0,007143	0,006947	0,006756	0,006569	0,006387
2,5	0,006210	0,006037	0,005868	0,005703	0,005543	0,005386	0,005234	0,005085	0,004940	0,004799
2,6	0,004661	0,004527	0,004397	0,004269	0,004145	0,004025	0,003907	0,003793	0,003681	0,003573
2,7	0,003467	0,003364	0,003264	0,003167	0,003072	0,002980	0,002890	0,002803	0,002718	0,002635
2,8	0,002555	0,002477	0,002401	0,002327	0,002256	0,002186	0,002118	0,002052	0,001988	0,001926
2,9	0,001866	0,001807	0,001750	0,001695	0,001641	0,001589	0,001538	0,001489	0,001441	0,001395
3,0	0,001350	0,001306	0,001264	0,001223	0,001183	0,001144	0,001107	0,001070	0,001035	0,001001
3,1	0,000968	0,000935	0,000904	0,000874	0,000845	0,000816	0,000789	0,000762	0,000736	0,000711
3,2	0,000687	0,000664	0,000641	0,000619	0,000598	0,000577	0,000557	0,000538	0,000519	0,000501
3,3	0,000483	0,000467	0,000450	0,000434	0,000419	0,000404	0,000390	0,000376	0,000362	0,000350
3,4	0,000337	0,000325	0,000313	0,000302	0,000291	0,000280	0,000270	0,000260	0,000251	0,000242
3,5	0,000233	0,000224	0,000216	0,000208	0,000200	0,000193	0,000185	0,000179	0,000172	0,000165
3,6	0,000159	0,000153	0,000147	0,000142	0,000136	0,000131	0,000126	0,000121	0,000117	0,000112
3,7	0,000108	0,000104	0,000100	0,000096	0,000092	0,000088	0,000085	0,000082	0,000078	0,000075
3,8	0,000072	0,000070	0,000067	0,000064	0,000062	0,000059	0,000057	0,000054	0,000052	0,000050
3,9	0,000048	0,000046	0,000044	0,000043	0,000041	0,000039	0,000038	0,000036	0,000035	0,000033

VRAAG 2

Een bak kersen in de supermarkt is afgevuld op 500 gram met een standaarddeviatie van 12 gram. Er is sprake van een normale verdeling. Wat is de kans dat de bak met kersen een gewicht heeft tussen de 480 en 520 gram?

- a) 9%
- b) 86%
- c) **91%**



VRAAG 3

Voor een experiment is het belangrijk dat je weet wat het gewicht van de muizen in het experiment is. Het gemiddelde gewicht van de muizen is 40 gram. De kans dat een muis zwaarder is dan 52 gram is 2,5%. Wat is de standaarddeviatie van het gewicht van deze muizenpopulatie?

- a) 24 gram
- b) 12 gram
- c) 6,1 gram
- d) 2,0 gram



$$1. P(x > 52) = 2,5\% \rightarrow 0,025\%$$

2. Welke z-waarde hoort bij 0,025%?
Opzoeken in tabel $\rightarrow Z=1,96$

3. Bereken σ (in Excel!!!)

$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{52 - 40}{\sigma} = 1,96$$

$$4. \sigma = (52-40)/1,96 = 6,1 \text{ gr}$$

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,500000	0,496011	0,492022	0,488034	0,484047	0,480061	0,476078	0,472097	0,468119	0,464144
0,1	0,460172	0,456205	0,452242	0,448283	0,444330	0,440382	0,436441	0,432505	0,428576	0,424655
0,2	0,420740	0,416834	0,412936	0,409046	0,405165	0,401294	0,397432	0,393580	0,389739	0,385908
0,3	0,382089	0,378281	0,374484	0,370700	0,366928	0,363169	0,359424	0,355691	0,351973	0,348268
0,4	0,344578	0,340903	0,337243	0,333598	0,329969	0,326355	0,322758	0,319178	0,315614	0,312067
0,5	0,308538	0,305026	0,301532	0,298056	0,294599	0,291160	0,287740	0,284339	0,280957	0,277595
0,6	0,274253	0,270931	0,267629	0,264347	0,261086	0,257846	0,254627	0,251429	0,248252	0,245097
0,7	0,241964	0,238852	0,235763	0,232695	0,229650	0,226627	0,223627	0,220650	0,217695	0,214764
0,8	0,211855	0,208970	0,206108	0,203269	0,200454	0,197663	0,194895	0,192150	0,189430	0,186733
0,9	0,184060	0,181411	0,178786	0,176186	0,173609	0,171056	0,168528	0,166023	0,163543	0,161087
1,0	0,158655	0,156248	0,153864	0,151505	0,149170	0,146859	0,144572	0,142310	0,140071	0,137857
1,1	0,135666	0,133500	0,131357	0,129238	0,127143	0,125072	0,123024	0,121001	0,119000	0,117023
1,2	0,115070	0,113139	0,111232	0,109349	0,107488	0,105650	0,103835	0,102042	0,100273	0,098525
1,3	0,096801	0,095098	0,093418	0,091759	0,090123	0,088508	0,086915	0,085344	0,083793	0,082264
1,4	0,080757	0,079270	0,077804	0,076359	0,074934	0,073529	0,072145	0,070781	0,069437	0,068112
1,5	0,066807	0,065522	0,064256	0,063008	0,061780	0,060571	0,059380	0,058208	0,057053	0,055917
1,6	0,054799	0,053699	0,052616	0,051551	0,050503	0,049472	0,048457	0,047460	0,046479	0,045514
1,7	0,044566	0,043633	0,042716	0,041815	0,040930	0,040059	0,039204	0,038364	0,037538	0,036727
1,8	0,035930	0,035148	0,034380	0,033625	0,032884	0,032157	0,031443	0,030742	0,030054	0,029379
1,9	0,028717	0,028067	0,027429	0,026803	0,026190	0,025588	0,024998	0,024419	0,023852	0,023296
2,0	0,022750	0,022216	0,021692	0,021178	0,020675	0,020182	0,019699	0,019226	0,018763	0,018309
2,1	0,017864	0,017429	0,017003	0,016586	0,016177	0,015778	0,015386	0,015003	0,014629	0,014262
2,2	0,013903	0,013553	0,013209	0,012874	0,012546	0,012225	0,011911	0,011604	0,011304	0,011011
2,3	0,010724	0,010444	0,010170	0,009903	0,009642	0,009387	0,009138	0,008894	0,008656	0,008424
2,4	0,008198	0,007976	0,007760	0,007549	0,007344	0,007143	0,006947	0,006756	0,006569	0,006387
2,5	0,006210	0,006037	0,005868	0,005703	0,005543	0,005386	0,005234	0,005085	0,004940	0,004799
2,6	0,004661	0,004527	0,004397	0,004269	0,004145	0,004025	0,003907	0,003793	0,003681	0,003573
2,7	0,003467	0,003364	0,003264	0,003167	0,003072	0,002980	0,002890	0,002803	0,002718	0,002635
2,8	0,002555	0,002477	0,002401	0,002327	0,002256	0,002186	0,002118	0,002052	0,001988	0,001926
2,9	0,001866	0,001807	0,001750	0,001695	0,001641	0,001589	0,001538	0,001489	0,001441	0,001395
3,0	0,001350	0,001306	0,001264	0,001223	0,001183	0,001144	0,001107	0,001070	0,001035	0,001001
3,1	0,000968	0,000935	0,000904	0,000874	0,000845	0,000816	0,000789	0,000762	0,000736	0,000711
3,2	0,000687	0,000664	0,000641	0,000619	0,000598	0,000577	0,000557	0,000538	0,000519	0,000501
3,3	0,000483	0,000467	0,000450	0,000434	0,000419	0,000404	0,000390	0,000376	0,000362	0,000350
3,4	0,000337	0,000325	0,000313	0,000302	0,000291	0,000280	0,000270	0,000260	0,000251	0,000242
3,5	0,000233	0,000224	0,000216	0,000208	0,000200	0,000193	0,000185	0,000179	0,000172	0,000165
3,6	0,000159	0,000153	0,000147	0,000142	0,000136	0,000131	0,000126	0,000121	0,000117	0,000112
3,7	0,000108	0,000104	0,000100	0,000096	0,000092	0,000088	0,000085	0,000082	0,000078	0,000075
3,8	0,000072	0,000070	0,000067	0,000064	0,000062	0,000059	0,000057	0,000054	0,000052	0,000050
3,9	0,000048	0,000046	0,000044	0,000043	0,000041	0,000039	0,000038	0,000036	0,000035	0,000033



VRAAG 3

Voor een experiment is het belangrijk dat je weet wat het gewicht van de muizen in het experiment is. Het gemiddelde gewicht van de muizen is 40 gram. De kans dat een muis zwaarder is dan 52 gram is 2,5%. Wat is de standaarddeviatie van het gewicht van deze muizenpopulatie?

- a) 24 gram
- b) 12 gram
- c) 6,1 gram**
- d) 2,0 gram



DIXON/Q-TEST VOOR UITSCHIETERS

Alleen voor herhaalde metingen:

Voor het alcoholgehalte van een (1) fles wijn worden de volgende waarden gemeten:

11,3%

11,5%

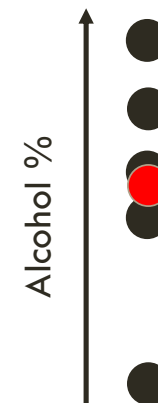
10,1%

11,3%

11,2%

10,1% wijkt zichtbaar af van de rest

Je mag deze meting alleen weglaten met een statistische of experimentele onderbouwing!



DIXON/Q-TEST VOOR UITSCHIETERS

1. Meetwaarden alcohol percentage op volgorde:

10,1% 11,2% 11,3% 11,3% 11,5%

X_1

X_2

X_5

X_1 = verdachte waarde

X_n Want $n=5$

X_2 = meetwaarde het meest dichtbij

X_n = meetwaarde het verste weg

2. Bereken $Q_{ber} = \left| \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1} \right|$

3. Bereken $Q_{ber} = \left| \frac{11,2 - 10,1}{11,5 - 10,1} \right| = 0,786$

4. Vergelijk de berekende Q-waarde met de kritische Q-waarde

DIXON/Q-TEST VOOR U

1. Meetwaarden alcohol percentage op volg

10,1% 11,2% 11,3% 11,3

X_1 X_2

X_1 = verdachte waarde

X_2 = meetwaarde het meest dichtbij

X_n = meetwaarde het verste weg

2. Bereken $Q_{ber} = \frac{|x_2 - x_1|}{|x_n - x_1|}$

3. Bereken $Q_{ber} = \frac{|11,2 - 10,1|}{|11,5 - 10,1|} = 0,786$

4. Vergelijk de berekende Q waarde met de

Test Statistic	N	Level of significance α						
		0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005
$r_{10} = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	3	0.684	0.781	0.886	0.941	0.976	0.988	0.994
	4	0.471	0.560	0.679	0.765	0.846	0.889	0.926
	5	0.373	0.451	0.557	0.642	0.729	0.780	0.821
	6	0.318	0.386	0.482	0.560	0.644	0.698	0.740
	7	0.281	0.344	0.434	0.507	0.596	0.637	0.680
$r_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	8	0.318	0.385	0.479	0.554	0.631	0.683	0.725
	9	0.288	0.352	0.441	0.512	0.587	0.635	0.677
	10	0.265	0.325	0.409	0.477	0.551	0.597	0.639
$r_{21} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	11	0.391	0.442	0.517	0.576	0.638	0.679	0.713
	12	0.370	0.419	0.490	0.546	0.605	0.642	0.675
	13	0.351	0.399	0.467	0.521	0.578	0.615	0.649
$r_{22} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	14	0.370	0.421	0.492	0.546	0.602	0.641	0.674
	15	0.353	0.402	0.472	0.525	0.579	0.616	0.647
	16	0.338	0.386	0.454	0.507	0.559	0.595	0.624
	17	0.325	0.373	0.438	0.490	0.542	0.577	0.605
	18	0.314	0.361	0.424	0.475	0.527	0.561	0.589
	19	0.304	0.350	0.412	0.462	0.514	0.547	0.575
	20	0.295	0.340	0.401	0.450	0.502	0.535	0.562
	21	0.287	0.331	0.391	0.440	0.491	0.524	0.551
	22	0.280	0.323	0.382	0.430	0.481	0.514	0.541
	23	0.274	0.316	0.374	0.421	0.472	0.505	0.532
	24	0.268	0.310	0.367	0.413	0.464	0.497	0.524
	25	0.262	0.304	0.360	0.406	0.457	0.489	0.516

DIXON/Q-TEST VOOR UITSCHIETERS

4. Vergelijk de berekende Q-waarde met de kritische Q-waarde

Q_{krit}

Aantal metingen: 5

Significantie niveau: 5%

$$Q_{\text{krit}} = 0,642$$

$Q_{\text{ber}} > Q_{\text{krit}} \rightarrow$ uitschieter \rightarrow meetwaarde verwijderen

$Q_{\text{ber}} < Q_{\text{krit}} \rightarrow$ meetwaarde meenemen

$0,786 > 0,642 \rightarrow$ uitschieter \rightarrow meetwaarde 10,1% verwijderen

DIXON/Q-TEST VOOR UITSCHIETERS

- Laat nooit meetwaardes weg zonder uitleg!!!
- Je mag de Q-test alleen gebruiken bij herhaalde metingen van dezelfde waarde.
- Per set metingen mag je de Q-test maar 1 keer gebruiken! Je kunt dus maximaal 1 outlier per dataset verwijderen.

Als je weet dat de waarde niet klopt omdat je een fout op het lab hebt gemaakt, dan hoef je geen Q-test uit te voeren.

DIXON/Q-TEST VOOR UITSCHIETERS

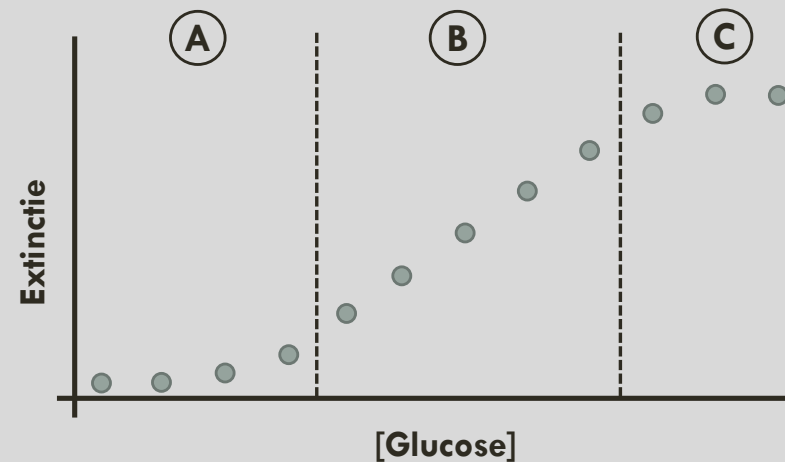
Wacht, maar hoe zit dit dan? Had ik een Dixons Q test moeten doen?

→ nee. ijklijnmetingen mag je (zoals vorige week besproken) zonder Dixons Q test weglaten

als ze buiten het lineaire gedeelte vallen, want je wou een lineair verband beschrijven met een rechte lijn $y=ax+b$

Welke punten neem je niet mee voor de ijklijn?

- a) De punten in A
- b) De punten in A en C**
- c) De punten in C



VRAAG 4

De pH van een oplossing wordt 5 keer gemeten. De gemeten waarden zijn weergegeven in de tabel.

Kan meting 4 worden weggelaten uit de analyses?
Ga uit van $\alpha = 0,05$.

- a) Ja, want de berekende Q waarde is kleiner dan de kritische Q waarde.
- b) Ja, want de berekende Q waarde is groter dan de kritische Q waarde.
- c) Nee, want de berekende Q waarde is kleiner dan de kritische Q waarde.
- d) Nee, want de berekende Q waarde is groter dan de kritische Q waarde.



Meting	pH
Meting 1	7,45
Meting 2	7,55
Meting 3	7,70
Meting 4	9,01
Meting 5	7,65

Test Statistic	N	Level of significance α						
		0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005
$r_{10} = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	3	0.684	0.781	0.886	0.941	0.976	0.988	0.994
	4	0.471	0.560	0.679	0.765	0.846	0.889	0.926
	5	0.373	0.451	0.557	0.642	0.729	0.780	0.821
	6	0.318	0.386	0.482	0.560	0.644	0.698	0.740
	7	0.281	0.344	0.434	0.507	0.596	0.637	0.680
$r_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	8	0.318	0.385	0.479	0.554	0.631	0.683	0.725
	9	0.288	0.352	0.441	0.512	0.587	0.635	0.677
	10	0.265	0.325	0.409	0.477	0.551	0.597	0.639
$r_{21} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	11	0.391	0.442	0.517	0.576	0.638	0.679	0.713
	12	0.370	0.419	0.490	0.546	0.605	0.642	0.675
	13	0.351	0.399	0.467	0.521	0.578	0.615	0.649
$r_{22} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	14	0.370	0.421	0.492	0.546	0.602	0.641	0.674
	15	0.353	0.402	0.472	0.525	0.579	0.616	0.647
	16	0.338	0.386	0.454	0.507	0.559	0.595	0.624
	17	0.325	0.373	0.438	0.490	0.542	0.577	0.605
	18	0.314	0.361	0.424	0.475	0.527	0.561	0.589
	19	0.304	0.350	0.412	0.462	0.514	0.547	0.575
	20	0.295	0.340	0.401	0.450	0.502	0.535	0.562
	21	0.287	0.331	0.391	0.440	0.491	0.524	0.551
	22	0.280	0.323	0.382	0.430	0.481	0.514	0.541
	23	0.274	0.316	0.374	0.421	0.472	0.505	0.532
	24	0.268	0.310	0.367	0.413	0.464	0.497	0.524
	25	0.262	0.304	0.360	0.406	0.457	0.489	0.516



VRAAG 4



De pH van een oplossing wordt 5 keer gemeten. De gemeten waarden zijn weergegeven in de tabel.

Kan meting 4 worden weggelaten uit de analyses?
Ga uit van $\alpha = 0,05$.

- a) Ja, want de berekende Q waarde is kleiner dan de kritische Q waarde.
- b) Ja, want de berekende Q waarde is groter dan de kritische Q waarde.**
- c) Nee, want de berekende Q waarde is kleiner dan de kritische Q waarde.
- d) Nee, want de berekende Q waarde is groter dan de kritische Q waarde.

Meting	pH
Meting 1	7,45
Meting 2	7,55
Meting 3	7,70
Meting 4	9,01
Meting 5	7,65

Bereken in Excel!!!

$$Q_{ber} = \left| \frac{7,70 - 9,01}{7,45 - 9,01} \right| = 0,839744$$

$$Q_{krit} = 0,642$$

VRAAG 6

Een groep studenten meet de glucoseconcentratie van een flesje appelsap.

Kan meting 4 worden weggelaten uit de analyses?
Ga uit van *een betrouwbaarheid van 95%*

Let op, zie tabel!



Meting	Concentratie
Meting 1	24.6 g/L
Meting 2	22.6 g/L
Meting 3	23.9 g/L
Meting 4	18.4 g/L
Meting 5	24.4 g/L
Meting 6	23.7 g/L
Meting 7	22.8 g/L
Meting 8	24.2 g/L

Test Statistic	N	Level of significance α						
		0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005
$r_{10} = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	3	0.684	0.781	0.886	0.941	0.976	0.988	0.994
	4	0.471	0.560	0.679	0.765	0.846	0.889	0.926
	5	0.373	0.451	0.557	0.642	0.729	0.780	0.821
	6	0.318	0.386	0.482	0.560	0.644	0.698	0.740
	7	0.281	0.344	0.434	0.507	0.596	0.637	0.680
$r_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	8	0.318	0.385	0.479	0.554	0.631	0.683	0.725
	9	0.288	0.352	0.441	0.512	0.587	0.635	0.677
	10	0.265	0.325	0.409	0.477	0.551	0.597	0.639
$r_{21} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	11	0.391	0.442	0.517	0.576	0.638	0.679	0.713
	12	0.370	0.419	0.490	0.546	0.605	0.642	0.675
	13	0.351	0.399	0.467	0.521	0.578	0.615	0.649
$r_{22} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	14	0.370	0.421	0.492	0.546	0.602	0.641	0.674
	15	0.353	0.402	0.472	0.525	0.579	0.616	0.647
	16	0.338	0.386	0.454	0.507	0.559	0.595	0.624
	17	0.325	0.373	0.438	0.490	0.542	0.577	0.605
	18	0.314	0.361	0.424	0.475	0.527	0.561	0.589
	19	0.304	0.350	0.412	0.462	0.514	0.547	0.575
	20	0.295	0.340	0.401	0.450	0.502	0.535	0.562
	21	0.287	0.331	0.391	0.440	0.491	0.524	0.551
	22	0.280	0.323	0.382	0.430	0.481	0.514	0.541
	23	0.274	0.316	0.374	0.421	0.472	0.505	0.532
	24	0.268	0.310	0.367	0.413	0.464	0.497	0.524
	25	0.262	0.304	0.360	0.406	0.457	0.489	0.516

VRAAG 6

Een groep studenten meet de glucoseconcentratie van een flesje appelsap.

Kan meting 4 worden weggelaten uit de analyses?
Ga uit van *een betrouwbaarheid van 95%*

$$r_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$$

$$Q_{ber} = \left| \frac{22.6 - 18.4}{24.4 - 18.4} \right| = 0,700$$



Meting	Concentratie
Meting 1	24.6 g/L
Meting 2	22.6 g/L
Meting 3	23.9 g/L
Meting 4	18.4 g/L
Meting 5	24.4 g/L
Meting 6	23.7 g/L
Meting 7	22.8 g/L
Meting 8	24.2 g/L

$$Q_{\text{krit}} = 0,554$$

Test Statistic	N	Level of significance α						
		0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005
$r_{10} = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	3	0.684	0.781	0.886	0.941	0.976	0.988	0.994
	4	0.471	0.560	0.679	0.765	0.846	0.889	0.926
	5	0.373	0.451	0.557	0.642	0.729	0.780	0.821
	6	0.318	0.386	0.482	0.560	0.644	0.698	0.740
	7	0.281	0.344	0.434	0.507	0.596	0.637	0.680
$r_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	8	0.318	0.385	0.479	0.554	0.631	0.683	0.725
	9	0.288	0.352	0.441	0.512	0.587	0.635	0.677
	10	0.265	0.325	0.409	0.477	0.551	0.597	0.639
$r_{21} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	11	0.391	0.442	0.517	0.576	0.638	0.679	0.713
	12	0.370	0.419	0.490	0.546	0.605	0.642	0.675
	13	0.351	0.399	0.467	0.521	0.578	0.615	0.649
$r_{22} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	14	0.370	0.421	0.492	0.546	0.602	0.641	0.674
	15	0.353	0.402	0.472	0.525	0.579	0.616	0.647
	16	0.338	0.386	0.454	0.507	0.559	0.595	0.624
	17	0.325	0.373	0.438	0.490	0.542	0.577	0.605
	18	0.314	0.361	0.424	0.475	0.527	0.561	0.589
	19	0.304	0.350	0.412	0.462	0.514	0.547	0.575
	20	0.295	0.340	0.401	0.450	0.502	0.535	0.562
	21	0.287	0.331	0.391	0.440	0.491	0.524	0.551
	22	0.280	0.323	0.382	0.430	0.481	0.514	0.541
	23	0.274	0.316	0.374	0.421	0.472	0.505	0.532
	24	0.268	0.310	0.367	0.413	0.464	0.497	0.524
	25	0.262	0.304	0.360	0.406	0.457	0.489	0.516



VRAAG 6

Een groep studenten meet de glucoseconcentratie van een flesje appelsap.

Kan meting 4 worden weggelaten uit de analyses?
Ga uit van *een betrouwbaarheid van 95%*

$$Q_{ber} = \left| \frac{22.6 - 18.4}{24.4 - 18.4} \right| = 0,700$$
$$Q_{krit} = 0,554$$

Ja, want de berekende Q waarde is groter dan de kritische Q waarde.



Meting	Concentratie
Meting 1	24.6 g/L
Meting 2	22.6 g/L
Meting 3	23.9 g/L
Meting 4	18.4 g/L
Meting 5	24.4 g/L
Meting 6	23.7 g/L
Meting 7	22.8 g/L
Meting 8	24.2 g/L

VRAAG 7

Je bepaalt de concentratie hemoglobine in een bloedsample. Zie de waardes in de tabel.

Wat is de hoogste betrouwbaarheid waarmee je 6,9 als uitbijter mag beschouwen?

- a) 95%
- b) 90%
- c) 80%



Meting	Concentratie
Meting 1	7,5 mM
Meting 2	7,9 mM
Meting 3	6,8 mM
Meting 4	7,4 mM
Meting 5	7,5 mM

Test Statistic	N	Level of significance α						
		0.30	0.20	0.10	0.05	0.02	0.01	0.005
$r_{10} = \frac{x_2 - x_1}{x_n - x_1}$	3	0.684	0.781	0.886	0.941	0.976	0.988	0.994
	4	0.471	0.560	0.679	0.765	0.846	0.889	0.926
	5	0.373	0.451	0.557	0.642	0.729	0.780	0.821
	6	0.318	0.386	0.482	0.560	0.644	0.698	0.740
	7	0.281	0.344	0.434	0.507	0.596	0.637	0.680
$r_{11} = \frac{x_2 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	8	0.318	0.385	0.479	0.554	0.631	0.683	0.725
	9	0.288	0.352	0.441	0.512	0.587	0.635	0.677
	10	0.265	0.325	0.409	0.477	0.551	0.597	0.639
$r_{21} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-1} - x_1}$	11	0.391	0.442	0.517	0.576	0.638	0.679	0.713
	12	0.370	0.419	0.490	0.546	0.605	0.642	0.675
	13	0.351	0.399	0.467	0.521	0.578	0.615	0.649
$r_{22} = \frac{x_3 - x_1}{x_{n-2} - x_1}$	14	0.370	0.421	0.492	0.546	0.602	0.641	0.674
	15	0.353	0.402	0.472	0.525	0.579	0.616	0.647
	16	0.338	0.386	0.454	0.507	0.559	0.595	0.624
	17	0.325	0.373	0.438	0.490	0.542	0.577	0.605
	18	0.314	0.361	0.424	0.475	0.527	0.561	0.589
	19	0.304	0.350	0.412	0.462	0.514	0.547	0.575
	20	0.295	0.340	0.401	0.450	0.502	0.535	0.562
	21	0.287	0.331	0.391	0.440	0.491	0.524	0.551
	22	0.280	0.323	0.382	0.430	0.481	0.514	0.541
	23	0.274	0.316	0.374	0.421	0.472	0.505	0.532
	24	0.268	0.310	0.367	0.413	0.464	0.497	0.524
	25	0.262	0.304	0.360	0.406	0.457	0.489	0.516



VRAAG 7

Je bepaalt de concentratie hemoglobine in een bloedsample. Zie de waardes in de tabel.

Wat is de hoogste betrouwbaarheid waarmee je 6,9 als uitbijter mag beschouwen?

- a) 95%
- b) 90%
- c) **80%**



Meting	Concentratie
Meting 1	7,5 mM
Meting 2	7,9 mM
Meting 3	6,8 mM
Meting 4	7,4 mM
Meting 5	7,5 mM

Bereken in Excel!!!

$$Q_{ber} = \left| \frac{7.4 - 6.8}{7.9 - 6.8} \right| = 0.545$$

AAN DE SLAG MET EXCEL!

In het werkcollege leer je:

- hoe je rekest aan de normaalverdeling;
- hoe je een normaalverdelingen herkent;
- en hoe je de Q-test gebruikt om uitschieters te detecteren.

HEEL VEEL PLEZIER!

Ga aan de slag met de opgaves in het werkcollege.

Stel vragen aan elkaar of aan de docent.